



یک حبه قند یک حبه تمرین

یکی از فعالیت های انجمن علمی ریاضی پردیس بنت الهدی صدررشت
درایام تدریس مجازی و کرونا مصادف با ماه مبارک رمضان ۱۳۹۹

حل تمرین درس مبانی ریاضیات رشته آموزش ریاضی

استاد مربوطه : سرکارخانم دکتر منصوره موسی پور

تدوین و ویرایش : سمیه برخوردار

سال تحصیلی ۱۳۹۹-۱۳۹۸

ترم تحصیلی ۲

فصل اول {منطق ریاضی و جبر گزاره ها}

مباحث و تهیه کنندگان به ترتیب موضوع:

{مبحث راستگوها و تناقض ها، هم ارزهای منطقی}

با همکاری دانشجو : فاطمه مهدپور

{مبحث قانون چند منطق}

با همکاری دانشجو : نسیم امیرپور

{مبحث چندمثال از کاربرد قوانین منطق}

با همکاری دانشجو : سپیده شاه محمدزاده

{مبحث گزاره نماها و سورها}

با همکاری دانشجو : نگین رضوی پور

{مبحث یک زبان رسمی برای نظریه مجموعه ها}

با همکاری دانشجو : ندا عشاقی

تمرین ۱: هم ارزی قانون های دمرگان را نشان دهید.

$$\sim(P \vee Q) \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$$

P	Q	$\sim P$	$\sim Q$	$\sim P \wedge \sim Q$	$P \vee Q$	$\sim(P \vee Q)$
T	T	F	F	F	T	F
T	F	F	T	F	T	F
F	T	T	F	F	T	F
F	F	T	T	T	F	T

$$\sim(P \wedge Q) \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$$

P	Q	$\sim P$	$\sim Q$	$\sim P \vee \sim Q$	$P \wedge Q$	$\sim(P \wedge Q)$
T	T	F	F	F	T	F
T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	F	T

تمرین ۲: به کمک جدول ارزش نشان دهید که

$$\sim(P \rightarrow Q) \Leftrightarrow (P \rightarrow \sim Q)$$

P	Q	$P \rightarrow Q$	$\sim(P \rightarrow Q)$	$\sim Q$	$P \wedge \sim Q$
T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	F	F
F	F	T	F	T	F

تمرین ۳: جدول ارزش رسم کنید و نشان دهید.

$$(P \leftrightarrow Q) \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$

P	Q	$P \leftrightarrow Q$	$Q \rightarrow P$	$P \rightarrow Q$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T

تمرین ۱:

درستی قانون های شرطی را با جدول ارزش نشان دهید.

$$(\psi \rightarrow \varphi) \leftrightarrow (\sim \psi \vee \varphi)$$

φ	ψ	$\psi \rightarrow \varphi$
T	T	T
T	F	T
F	T	F
F	F	T



φ	ψ	$\sim \psi$	$\sim \psi \vee \varphi$
T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T



$$(\psi \rightarrow \varphi) \leftrightarrow \sim (\psi \wedge \sim \varphi)$$

φ	ψ	$\psi \rightarrow \varphi$	φ	ψ	$\sim \varphi$	$(\psi \wedge \sim \varphi)$	$\sim (\psi \wedge \sim \varphi)$
T	T	T	T	T	F	F	T
T	F	T	T	F	F	F	T
F	T	F	F	T	T	T	F
F	F	T	F	F	T	F	T



تمرین ۲:

درستی قانون عکس نقیض را با جدول ارزش نشان دهید.

$$(\psi \rightarrow \varphi) \leftrightarrow (\sim \varphi \rightarrow \sim \psi)$$

φ	ψ	$\psi \rightarrow \varphi$	φ	ψ	$\sim \varphi$	$\sim \psi$	$(\sim \varphi \rightarrow \sim \psi)$
T	T	T	T	T	F	F	T
T	F	T	T	F	F	T	T
F	T	F	F	T	T	F	F
F	F	T	F	F	T	T	T



@Math_union_Rasht_CFU

تمرین ۱: باقانون های منطق نشان دهید.

$$(p \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R) \leftrightarrow P \rightarrow (Q \wedge R)$$

(حل)

$$P \rightarrow (Q \wedge R) \leftrightarrow \sim P \vee (Q \wedge R)$$

قانون شرطی

$$\leftrightarrow (\sim P \vee Q) \wedge (\sim P \vee R)$$

قانون توزیع پذیری

$$\leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$$

قانون شرطی

تمرین ۲: با قانون منطق نشان دهید.

$$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (P \wedge \sim Q \rightarrow C)$$

(این تمرین دلیل درستی برهان خلف را نشان میدهد چون در برهان
خلف با در نظر گرفتن فرض و نقیض حکم به تناقض میرسیم)

(حل)

$$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\sim P \vee Q)$$

قانون شرطی

$$\leftrightarrow (\sim P \vee Q) \vee C \quad (\text{با توجه به تعریف } \vee \text{ و اینکه } C \text{ تناقض است})$$

$$\leftrightarrow \sim (P \wedge \sim Q) \vee C$$

قانون دمرگان

$$\leftrightarrow (P \wedge \sim Q \rightarrow C)$$

قانون شرطی

تمرین ۱: فرمول $\exists x \forall y (y \notin x)$ را به فارسی بیان کنید.

(حل) x ای وجود دارد که هیچ عضوی ندارد.

تمرین ۲: فرمول $\forall y \exists x (x \notin y)$ را فارسی بیان کنید.

(حل) برای هر x ، y ای وجود دارد که y عضو آن نیست.

تمرین ۳: آیا می توانیم سور یکتایی را به کمک سور وجودی و سور عمومی بنویسیم؟ چطور؟
(حل) بله

$$\exists! x \ p(x) \Leftrightarrow \exists x \ p(x) \wedge \forall x \forall y ((p(x) \wedge p(y)) \rightarrow x = y)$$

تمرین ۴: نقیض گزاره های زیر را بنویسید.

الف) $(\exists 0 \in \mathbb{Z})(\forall x \in \mathbb{Z})(x + 0 = x = 0 + x)$

حل) $(\forall 0 \in \mathbb{Z})(\exists x \in \mathbb{Z})(x + 0 \neq x \vee x \neq 0 + x)$

ب) $(\forall x \in \mathbb{Z})(\exists x' \in \mathbb{Z})(x + x' = 0 = x' + x)$

حل) $(\exists x \in \mathbb{Z})(\forall x' \in \mathbb{Z})(x + x' \neq 0 \vee 0 \neq x' + x)$

پ) $(\exists k \in \mathbb{Z})(\forall x \in \mathbb{Z})(x + k = 0 = k + x)$

حل)

به طور مشابه

تمرین ۱:

فرمول $\forall z \exists x \exists y (x \in y \wedge y \in z)$ را به فارسی بیان کنید.

حل) به ازای هر x, z و y وجود دارند به قسمی که $x \in y$ و $y \in z$

تمرین ۲:

فرض کنید $\phi(x)$ یک فرمول باشد. در این صورت

$\forall z \forall y ((\phi(x) \wedge \phi(y)) \rightarrow z=y)$ چه چیزی را بیان میکند؟

حل) برای هر z و برای هر y اگر $\phi(x)$ و $\phi(y)$ برقرار باشند، آن گاه نتیجه میشود که $z=y$

تمرین ۳:

فرض کنید D, C, b, a مجموعه باشند، رابطه زیر را به زبان نظریه

مجموعه ها بیان کنید:

$$Y = \begin{cases} a, & x \in C \setminus D \\ b, & x \notin C \setminus D \end{cases}$$

(حل)

$$((x \in C \setminus D) \wedge y=a) \vee (\sim(x \in C \setminus D) \wedge y=b)$$